4^a LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA II

(2016-2)

1. Considere uma partícula de spin 1/2 interagindo com um campo magnético

$$\vec{B}(t) = B_0\,\hat{z} + B_1\,\hat{n}\,\cos\omega t$$

segundo o hamiltoneano $H = g\,\vec{S}\cdot\vec{B}(t)$. A partícula foi inicialmente preparada no estado $|-\rangle$. Encontre seu estado como função do tempo e a probabilidade de transição em primeira ordem em teoria de perturbação dependente do tempo para:

   (a) $\hat{n} = \hat{z}$.

   (b) $\hat{n} = \hat{y}$.

   (c) Determine $\langle S_z\rangle(t)$ até primeira ordem em g para os casos dos itens (a) e (b).

2. Considere um oscilador harmônico unidimensional com frequência angular ω_0, perturbado por um potencial $V(t) = A\,x\,e^{-\gamma t}\,\cos\omega t$, onde x é o deslocamento do oscilador da posição de equilíbrio. Sabendo que oscilador foi preparado inicialmente no estado fundamental e supondo $\omega+\omega_0 \gg |\omega-\omega_0|$, utilize a teoria de perturbação dependente do tempo em primeira ordem e calcule a probabilidade de transição para os estados de mais alta energia quando $t\to\infty$.

3. O hamiltoneano de um sistema de dois níveis é dado por

$$H_0 = E_a\,|a\rangle\langle a| + E_b\,|b\rangle\langle b|\ .$$

Este sistema é afetado pela perturbação

$$V(t) = g(t)\,|a\rangle\langle b| + \text{h.c.}\ ,$$

onde

$$g(t) = \frac{g_0\,\cos\omega t}{\sqrt{\pi\Delta t^2}}\,e^{-\left(\frac{t-t_0}{\Delta t}\right)^2}\ .$$

Sabendo que o sistema foi preparado no estado $|a\rangle$ em um instante $t_1 << t_0$, calcule a probabilidade de transição para o estado $|b\rangle$ no instante $t_2 >> t_0$ empregando a teoria de perturbação dependente do tempo. Suponha que $\omega+\omega_0 \gg |\omega-\omega_0|$, onde $\omega_0 \equiv (E_b - E_a)/\hbar$. Discuta os limites $\Delta t\to 0$ e $\Delta t\to\infty$.

4. Considere um sistema de dois níveis interagindo com uma perturbação harmônica. Na aproximação de onda girante, o hamiltoneano do problema é

$$H(t) = E_a\,|a\rangle\langle a| + E_b\,|b\rangle\langle b| + V(t)\ ,$$

onde

$$V(t) = g\,e^{i\omega\,t}\,|a\rangle\langle b| + g^*\,e^{-i\omega\,t}\,|b\rangle\langle a|\ .$$

Sabendo que em $t = 0$ o sistema foi preparado no estado $|b\rangle$, determine o estado do sistema e a probabilidade de o encontrarmos nos estados $|a\rangle$ e $|b\rangle$ como função do tempo.